

Oral de mathématiques 1, section B/L

Session 2022

Rapport du jury

Jérôme Casse, Guillermo Durand

Déroulement de l'épreuve

L'oral de mathématiques 1 du concours d'entrée à l'ENSAE par la voie "Économie et sciences sociales" en khâgne B/L pour la session 2022 était composé de :

- 30 minutes de préparation sur deux exercices, le premier d'algèbre linéaire et l'autre de probabilités,
- 30 minutes de passage devant un examinateur. Le candidat présente alors le résultat de sa préparation, avec ou sans intervention de l'examinateur, puis, selon le temps restant, s'ensuit une discussion entre l'examinateur et le candidat afin d'aborder les points non traités lors de la préparation.

Aperçu des résultats

La moyenne des notes données par le jury est d'environ 13,01 sur 20 avec un écart-type d'environ 3,63. 102 candidats ont été examinés. Les notes s'échelonnent de 3 à 20.

L'écart-type relativement élevé montre des disparités dans la maîtrise de l'algèbre et des probabilités chez les candidats. Le jury a remarqué certains candidats brillants maîtrisant tous les aspects du programme et parvenant à aller au bout des exercices avec une aide minimale ou absente. Par ailleurs, de rares candidats ont semblé en grande difficulté face non seulement aux exercices mais aussi à la connaissance du cours.

Néanmoins, comme le montre la moyenne des notes, le jury a fait face dans l'ensemble à des candidats tout à fait capables, investis, à même d'utiliser leur cours pour résoudre les exercices, et avec de bonnes capacités de communication, en terme d'expression orale et d'utilisation du tableau comme support.

Remarques générales sur l'épreuve et son déroulé

Un(e) candidat(e) peut obtenir une (très) bonne note même s'il ou elle ne traite pas la totalité de sa planche d'exercices lors de l'oral. Le jury n'a d'ailleurs pas proposé ces planches dans l'optique qu'elles soient terminées en 30+30 minutes d'oral. Le jury a identifié, sur chaque planche proposée, des questions faciles, modérées, et difficiles, et a plutôt été sensible à la résolution des questions faciles voire modérées en autonomie, ainsi qu'à la réactivité des candidats aux indications sur les questions modérées et difficiles. Le jury a également identifié différents degrés de difficulté en général entre les planches, et en a tenu compte lors de la notation. Quelle que soit la planche, le jury a eu confiance en sa capacité à cerner le niveau des candidat(e)s. De plus, dans la majorité des cas et grâce à l'organisation du concours, 6 candidats sont interrogés sur la même planche, et le jury discute des 6 candidats en même temps au moment de mettre des notes, ce qui permet d'harmoniser celles-ci.

Au début de l'exposé, l'examinateur laisse le ou la candidat(e) exposer le résultat de sa préparation. Le ou la candidat(e) a toute liberté pour l'ordre des deux exercices dans lequel il ou elle souhaite exposer, ainsi

que tout liberté pour la gestion du tableau comme support. Le jury, selon son appréciation, interrompt parfois le ou la candidat(e) afin de demander des précisions sur un raisonnement, demander les résultats de cours qui supportent ce raisonnement, ou faire remarquer que celui-ci est erroné. Dans ce dernier cas, le jury propose alors une piste pour un raisonnement alternatif, ou propose de continuer l'exposé, selon le temps restant.

Globalement, le jury a distingué les candidat(e)s en fonction des lignes directrices suivantes :

- entre 16 et 20, ont été distingués les élèves qui n'ont besoin d'aucune aide pour les questions faciles, de relativement peu pour les questions modérées et de peu pour les questions difficiles, montrant ainsi une maîtrise fine de l'ensemble du programme ;
- entre 12 et 16, on retrouve 2 profils d'élèves : soit des profils qui maîtrisent sans difficulté l'algèbre ou les probabilités, mais qui peinent beaucoup plus dans l'autre domaine ; soit des profils qui ont eu besoin d'une aide conséquente pour la résolution des questions de difficulté modérée (et sans avoir le temps d'aller au bout des planches) ;
- entre 9 et 12 ont été notés les élèves qui maîtrisent le cours, mais n'ont pas forcément les bons réflexes mathématiques qui leur permettent de se distinguer sur les questions les moins faciles à quelques exceptions près ;
- à 8 ou moins, on trouve des élèves qui n'ont pas su démontrer leur maîtrise du cours et ont même parfois eu du mal à le restituer.

Un conseil général pour les candidats est de prendre le temps d'écrire au tableau ce qu'ils sont en train de dire s'ils ont un doute sur leur raisonnement ou leur calcul, cela permet également à l'examineur de mieux suivre leur trame de pensée. Nous conseillons de bien s'attarder à préparer les deux exercices, en leur accordant un temps proportionnel à leur longueur. De nombreux candidats commencent leur exposé par sortir un chronomètre et/ou rappeler l'énoncé, cela réduit le temps de leur présentation sans apporter de bénéfice à celle-ci (les candidats sont trop absorbés pour consulter leur chronomètre tandis que le jury est toujours attentif au temps). Le plus important conseil que le jury puisse donner aux candidats est de se rappeler que les exercices suivent une construction logique, autrement dit la plupart des résolutions des questions d'un exercice impliquent les résultats des questions précédentes. Nous avons trop souvent dû le rappeler à titre d'indication aux candidats bloqués. Enfin, le jury a remarqué que certains candidats étaient très stressés sans que leur niveau soit en cause. Nous recommandons aux candidats de se faire confiance et d'avoir une attitude détendue, des qualités qui peuvent faire la différence lors d'une épreuve orale.

Remarques sur l'algèbre

Le cours est généralement connu et bien appliqué, mais les exercices d'algèbre peuvent vite se révéler un peu plus subtils et sortir du domaine purement applicatif, demandant un effort de raisonnement dépassant la simple application du théorème du rang (par exemple).

Un critère qui a fait une assez bonne distinction entre les candidats a été la faculté ou non d'écrire que $u^k(x) = \lambda^k x$ rapidement quand x est un vecteur propre associé à la valeur propre λ de l'endomorphisme u .

Le jury souhaite mettre en garde les candidats contre des confusions entre objets mathématiques de différents types qui sont revenues un peu trop souvent, en particulier : entiers et espaces (dans le théorème du rang), vecteurs et espaces (pour l'espace engendré par des vecteurs), familles et espaces (pour l'espace engendré par une famille), endomorphismes et vecteurs. Une erreur grave consiste en l'élévation au carré d'un vecteur de \mathbb{R}^n .

Peu apparue dans les planches, la factorisation d'un polynôme P par $X - \lambda$ quand λ est une racine de P n'a pas eu l'air évidente ni immédiate pour les candidats.

Remarques sur les probabilités

En probabilités aussi le cours est connu, notamment les lois usuelles, la formule de transfert, les différentes façons de calculer variance et espérance, ainsi que les probabilités conditionnelles.

Attention cependant à bien justifier toutes les étapes d'un raisonnement. La linéarité de l'espérance et l'indépendance des variables sont trop rarement citées spontanément par les candidats quand elles sont utilisées. En particulier l'indépendance de lois de Bernoulli pour pouvoir affirmer que leur somme suit une loi binomiale. De même, la propriété d'additivité des lois binomiales est sue mais les candidats oublient l'argument d'indépendance (et ils ne savent pas la redémontrer proprement). Enfin, attention à ne pas dire que la variance est linéaire (même quand les variables sont indépendantes, la variance est alors additive mais pas linéaire).

Le jury a également rencontré le problème inverse : des candidats manquant de concision et citant trop de propriétés pour justifier un passage dans un calcul, typiquement les candidats ont trop souvent déclaré utiliser le fait que des variables étaient "i.i.d." quand seule l'indépendance ou seule la distribution identique servait.

La formule des probabilités totales est parfois utilisée de façon trop implicite et rapide alors que le jury attend une décomposition assez précise des raisonnements qui l'impliquent.

Les calculs de lois de probabilités mènent souvent à des calculs assez lourds faisant intervenir des sommes sur des indices. Dans ce cas le jury a souvent noté des problèmes de bornes mal choisies pour ces indices.

Enfin le jury a constaté la difficulté des candidats à manipuler des infinités d'événements. Dans ce cas des bornes N inconnues (et non définies par les candidats) apparaissent souvent dans les calculs, en lieu et place d'un symbole ∞ , alors que pourtant l'intuition de ce que représente une union ou une intersection infinie d'événements est comprise et bien énoncée à l'oral.