

Mathématiques
Planche N°59

Ce sujet est composé de deux exercices.

Le candidats doit les traiter **tous les deux** puis les exposer dans l'ordre de son choix.

Exercice 1

1. Soit $f : (\mathbb{R}_+^*)^3 \longrightarrow \mathbb{R}$ définie par : $\forall (x, y, z) \in (\mathbb{R}_+^*)^3$, $f(x, y, z) = \sin x \sin y \sin z$.
Déterminer les points critiques de f sous la contrainte $\mathcal{C} : x + y + z = \frac{\pi}{2}$.
2. Soit a, b, c trois réels positifs tels que $a + b + c = \frac{\pi}{2}$.
Montrer que $\sin(a) \sin(b) \sin(c) \leq \frac{1}{8}$.
3. Conclure.

Exercice 2

Soient X, Y, Z, T quatre VAR indépendantes de même loi de Bernoulli $\mathcal{B}(p)$, où $p \in]0, 1[$.

On pose $A = \begin{pmatrix} X & X & X & X \\ X & Y & Y & Y \\ X & Y & Z & Z \\ X & Y & Z & T \end{pmatrix}$

1. Donner la loi de $\text{tr}(A)$.
2. Déterminer la probabilité que A soit inversible.
3. Déterminer la probabilité que A soit diagonalisable.